CLEAI, matematica generale, primo semestre, aa 2002–2003.
Esercizi della prova scritta del 3 giugno 2003

Studio di funzione:

1. Disegnare il grafico della seguente funzione (la derivata seconda è facoltativa):

$$f(x) := \begin{cases} \dfrac{e^x}{x^2-1} & \text{se} \quad x < -1 \\ 2x-1 & \text{se} \quad x \geq -1 \end{cases}$$

   Evidenziare in particolare i seguenti punti:

   (a) campo d'esistenza;
   (b) eventuali punti di discontinuità;
   (c) limiti;
   (d) crescenza e decrescenza;
   (e) asintoti;
   (f) tangente destra in $x = -1$.

2. Disegnare il grafico della seguente funzione (la derivata seconda è facoltativa):

$$f(x) := \begin{cases} \dfrac{e^x}{2x-1} & \text{se} \quad x < 1/2 \\ x^2-1 & \text{se} \quad x \geq 1/2 \end{cases}$$

   Evidenziare in particolare i seguenti punti:

   (a) campo d'esistenza;
   (b) eventuali punti di discontinuità;
   (c) limiti;
   (d) crescenza e decrescenza;
   (e) asintoti;
   (f) tangente destra in $x = 1/2$.

3. Disegnare il grafico della seguente funzione (la derivata seconda è facoltativa):

$$f(x) := \begin{cases} \dfrac{e^x}{x^2-4} & \text{se} \quad x < -2 \\ x-1 & \text{se} \quad x \geq -2 \end{cases}$$

   Evidenziare in particolare i seguenti punti:

   (a) campo d'esistenza;
   (b) eventuali punti di discontinuità;
   (c) limiti;
   (d) crescenza e decrescenza;
   (e) asintoti;
   (f) tangente destra in $x = -2$.

4. Disegnare il grafico della seguente funzione (la derivata seconda è facoltativa):

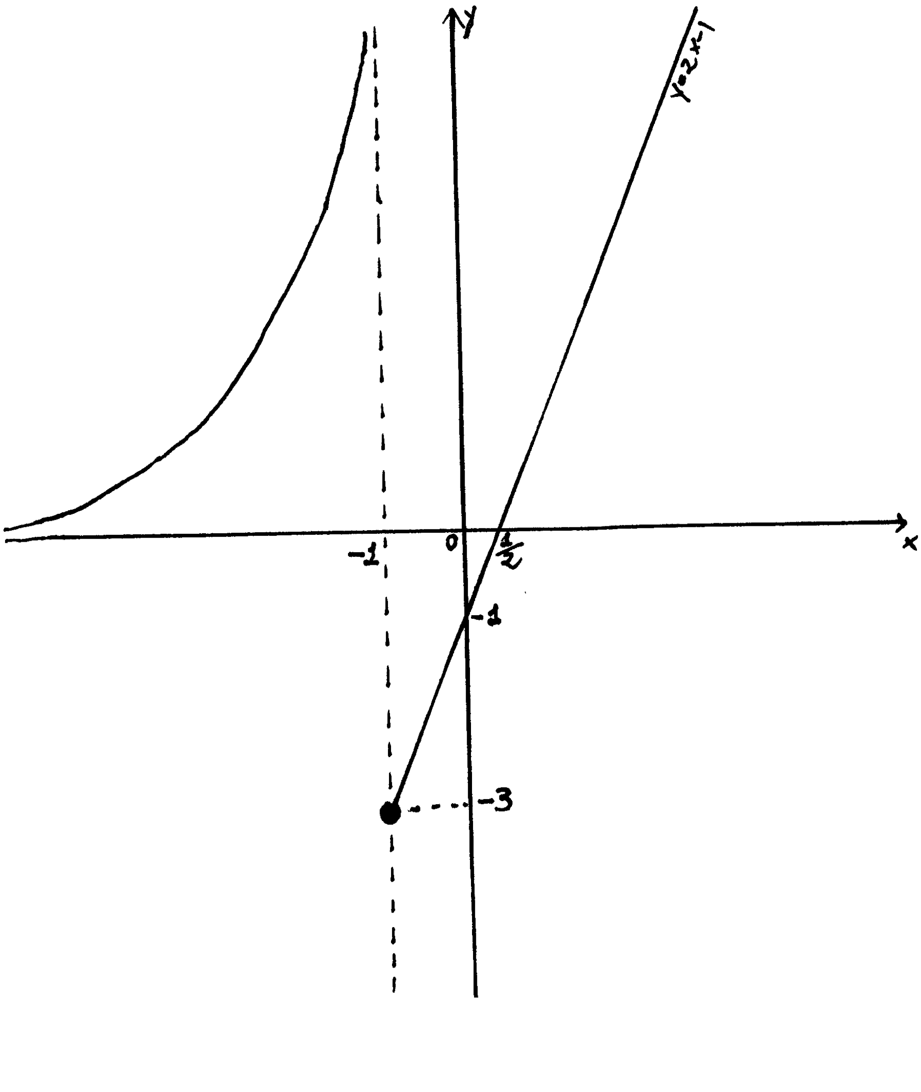
$$f(x) := \begin{cases} \dfrac{e^x}{x-1} & \text{se} \quad x < 1 \\ x^2-4 & \text{se} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

   Evidenziare in particolare i seguenti punti:

   (a) campo d'esistenza;
   (b) eventuali punti di discontinuità;
   (c) limiti;
   (d) crescenza e decrescenza;
   (e) asintoti;
   (f) tangente destra in $x = 1$.

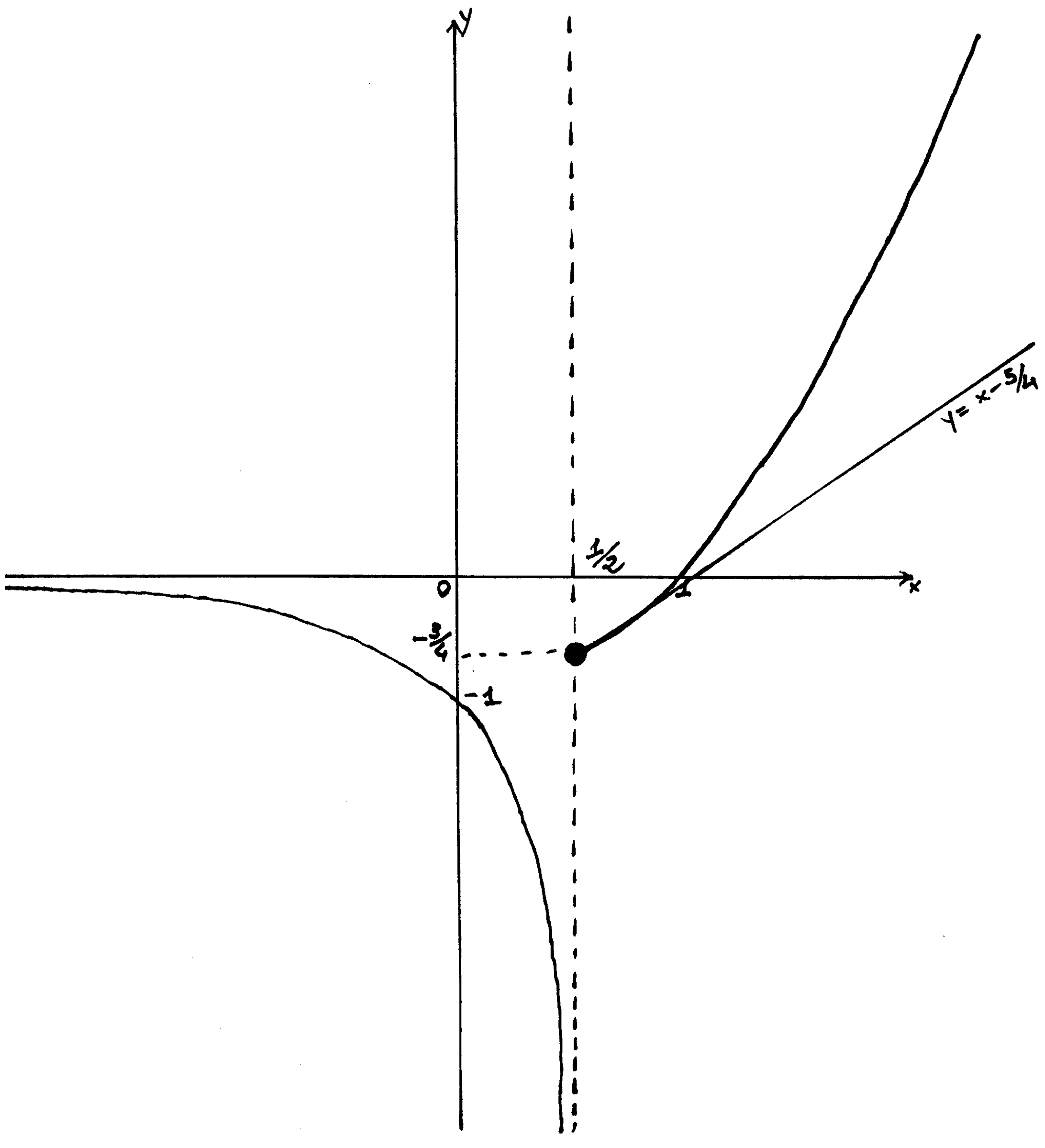
Studio di grafico di funzione:

1. Data $f(x)$ tramite il grafico in figura, determinare:
   (a) campo d'esistenza;
   (b) segno;
   (c) eventuali punti di discontinuità;
   (d) limiti;
   (e) zeri;
   (f) intersezioni con l'asse y;
   (g) intervalli di crescenza e decrescenza;
   (h) punti e valori critici;
   (i) estremi locali e globali;
   (j) tangente destra e tangente sinistra in $x = -1$.



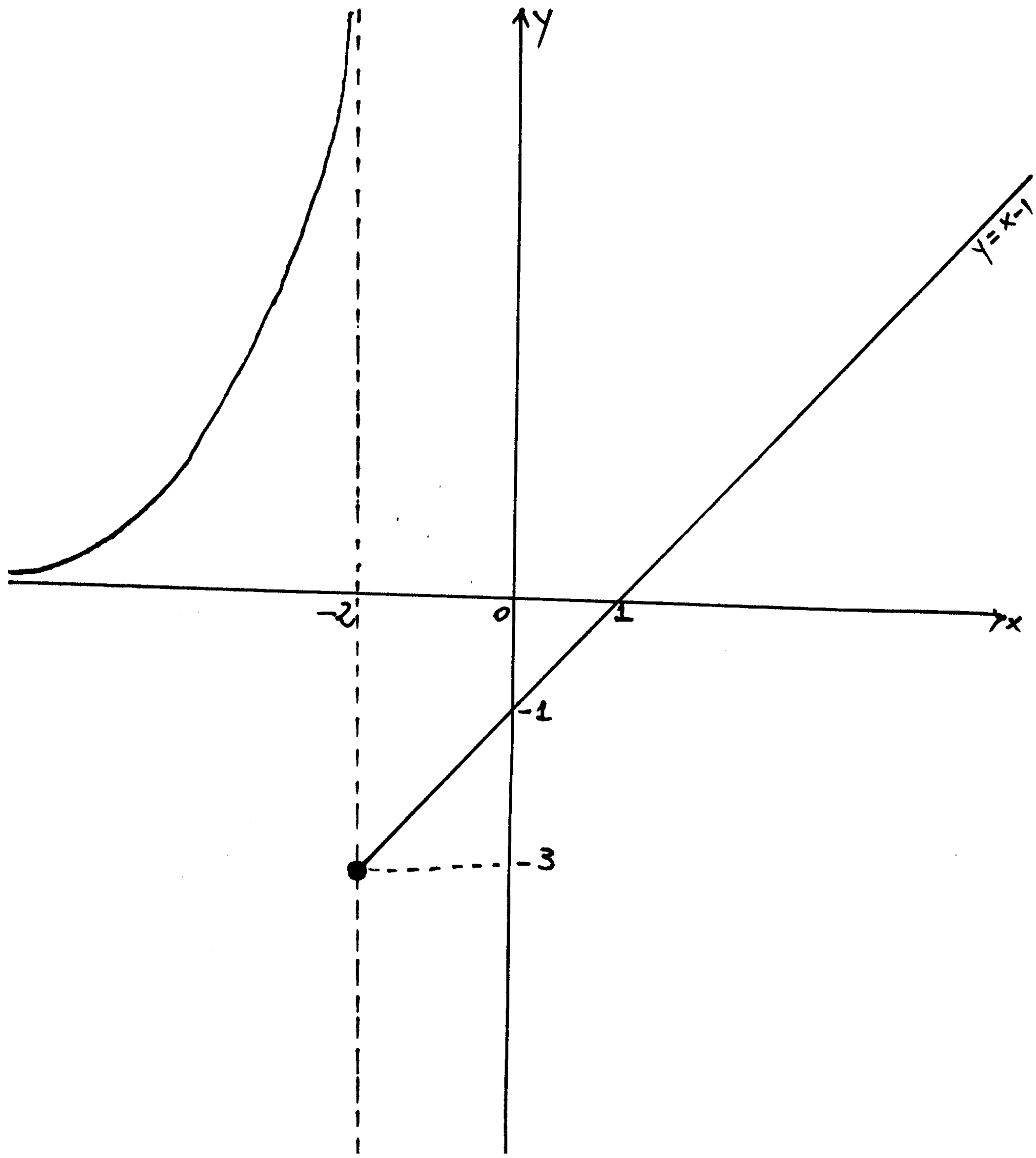
2. Data $f(x)$ tramite il grafico in figura, determinare:

   (a) campo d'esistenza;
   (b) segno;
   (c) eventuali punti di discontinuità;
   (d) limiti;
   (e) zeri;
   (f) intersezioni con l'asse y;
   (g) intervalli di crescenza e decrescenza;
   (h) punti e valori critici;
   (i) estremi locali e globali;
   (j) tangente destra e tangente sinistra in $x = 1/2$.



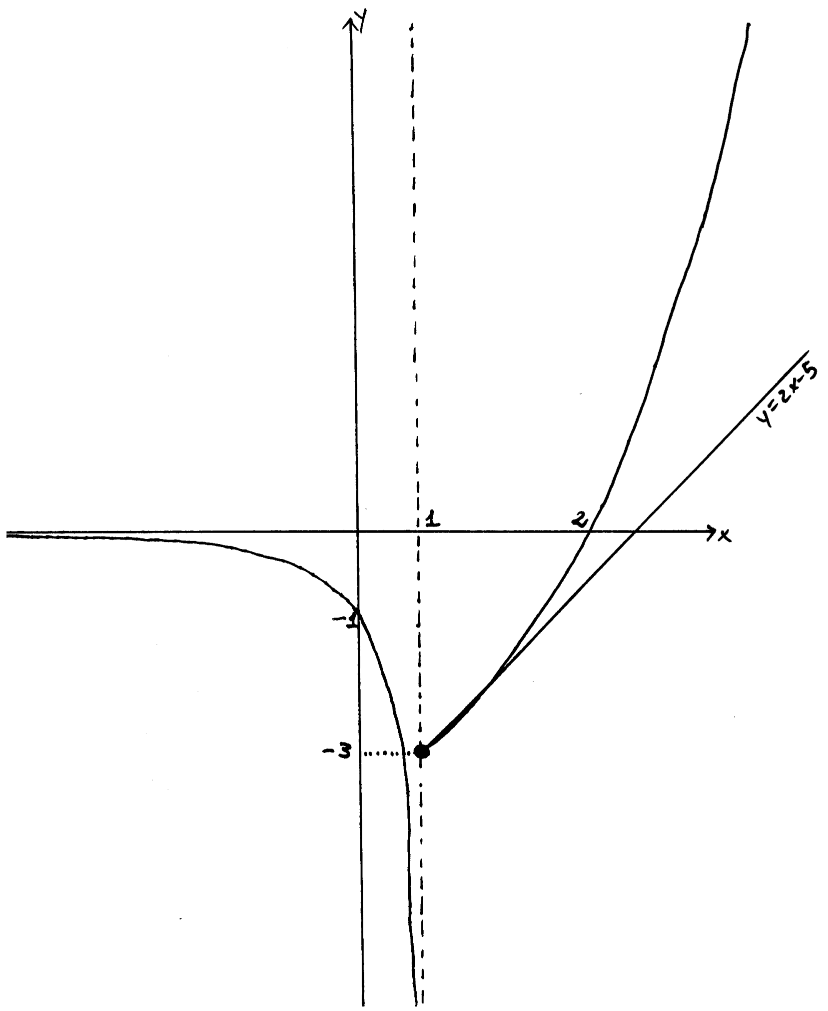
3. Data $f(x)$ tramite il grafico in figura, determinare:

   (a) campo d'esistenza;
   (b) segno;
   (c) eventuali punti di discontinuità;
   (d) limiti;
   (e) zeri;
   (f) intersezioni con l'asse y;
   (g) intervalli di crescenza e decrescenza;
   (h) punti e valori critici;
   (i) estremi locali e globali;
   (j) tangente destra e tangente sinistra in $x = -2$.



4. Data $f(x)$ tramite il grafico in figura, determinare:

(a) campo d'esistenza;
(b) segno;
(c) eventuali punti di discontinuità;
(d) limiti;
(e) zeri;
(f) intersezioni con l'asse y;
(g) intervalli di crescenza e decrescenza;
(h) punti e valori critici;
(i) estremi locali e globali;
(j) tangente destra e tangente sinistra in $x = 1$.



Massimi e minimi:

1. Determinare i punti e i valori di minimo e massimo (locali e globali) sull'intervallo $(-1,1]$ della seguente funzione:
$$f(x) := x^4 - 1$$

2. Determinare i punti e i valori di minimo e massimo (locali e globali) sull'intervallo $(-1,1]$ della seguente funzione:
$$f(x) := x^3 - 1$$

Zeri:

1. Stabilire se $f(x) := e^x + \ln(x^2)$ ammette degli zeri su $(0,+\infty)$. In caso affermativo, dire quanti sono gli zeri e stimarli con precisione di almeno un'unità.

2. Stabilire se $f(x) := e^(x^2) + \ln x$ ammette degli zeri su $(0,+\infty)$. In caso affermativo, dire quanti sono gli zeri e stimarli con precisione di almeno un'unità.

Punti fissi:

1.
   - Stabilire se la curva $f(x) := -e^x - 1$ e la retta $y = x$ si intersecano. In caso affermativo, dire quanti sono i punti di intersezione e stimarne le ascisse con precisione di almeno un'unità;
   - discutere i punti fissi di $f(x) := -e^x - 1$.

2.
   - Stabilire se la curva $f(x) := -e^x - 2$ e la retta $y = x$ si intersecano. In caso affermativo, dire quanti sono i punti di intersezione e stimarne le ascisse con precisione di almeno un'unità;
   - discutere i punti fissi di $f(x) := -e^x - 2$.

Teorico:

1. Dire se $f(x) := 2e^{\sqrt{\ln|x|}} \log(x^{123})$ ammette massimo e minimo globale nell'intervallo $[1,2]$ (giustificare la risposta).

2. Dire se $f(x) := \ln\sqrt{|x|}$ assume il valore $\ln(3/2)$ nell'intervallo $[1,4]$ (giustificare la risposta).

3. Dire se $f(x) := 7e^{\sqrt{|x^7 - x^5 + 157|}}$ ammette un punto critico nell'intervallo $[0,1]$ (giustificare la risposta).